

# Concepts de Base et Mesures en Démographie

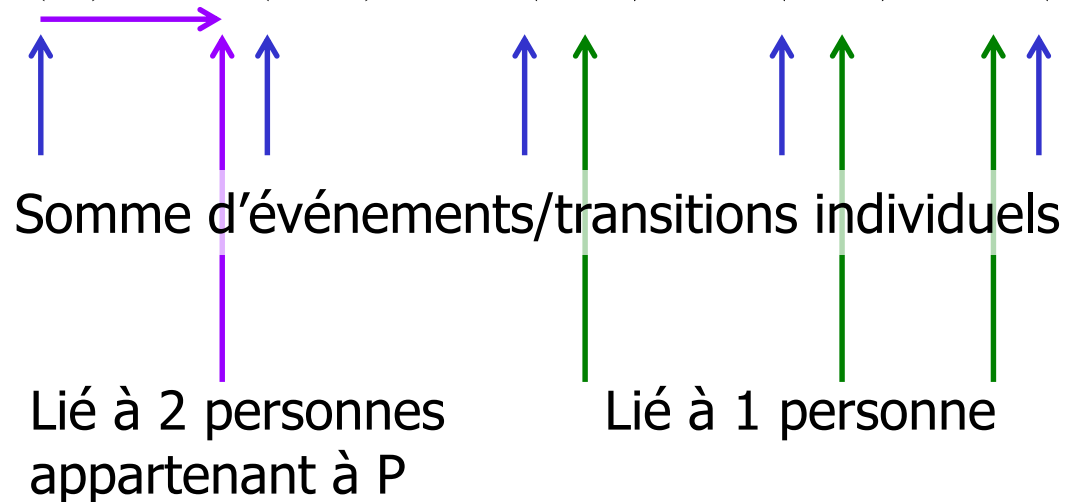
Pr Roch Giorgi

 [roch.giorgi@univ-amu.fr](mailto:roch.giorgi@univ-amu.fr)

# Notions sur la Structure des Données

*Equation du bilan démographique*

$$P(t) = P(0) + N(0,t) - D(0,t) + I(0,t) - E(0,t)$$



- Relier le nombre d'événements à la taille de la population les ayant produits → ratio / taux
- Taille de la population : fonction du nombre de personnes présent dans la population et de leur durée d'exposition → personne-temps

# Indicateurs - Mesures

# Effectifs

---

- Chiffres bruts
  - ✓ *Exemple* : nombre d'hommes dans une population

	<b>Hommes</b>
Population totale	31 768 630
Moins de 20 ans	8 268 829
De 20 à 64 ans	18 663 193
65 ans ou plus	4 836 608

*Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2012).*

# Effectifs

- Chiffres bruts

- ✓ *Exemple* : nombre d'hommes et de femmes dans une population

	<b>Hommes</b>	<b>Femmes</b>
Population totale	31 768 630	33 817 227
Moins de 20 ans	8 268 829	7 906 688
De 20 à 64 ans	18 663 193	19 251 257
65 ans ou plus	4 836 608	6 659 282

*Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2012).*

# Ratio ou Rapport (1)

$$\frac{A}{B} \quad A \notin B$$

- Exemples

- ✓ Rapport de masculinité (RM)

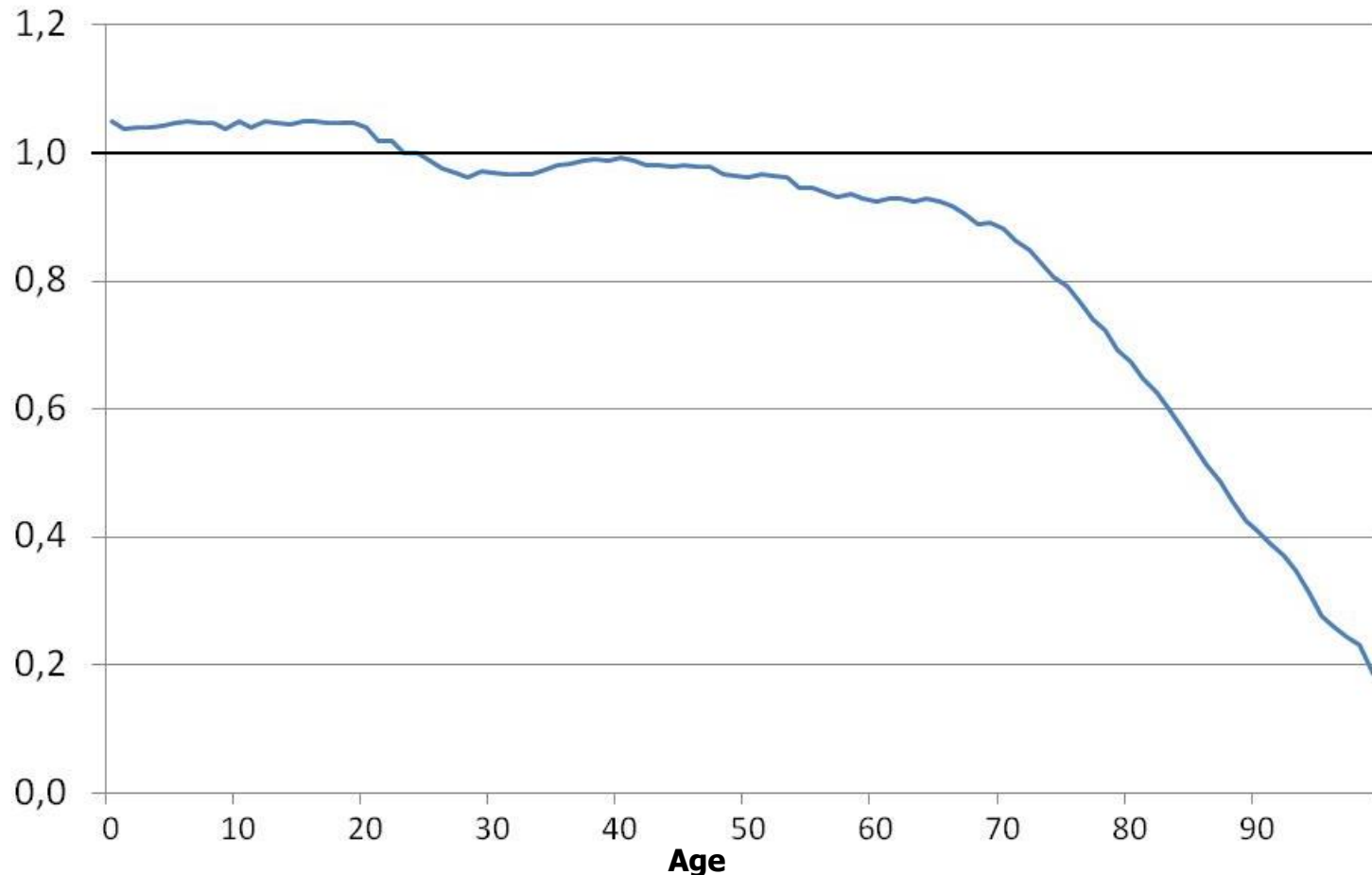
$$RM = \frac{\# \text{ hommes}}{\# \text{ femmes}}$$

- ✓ Charge démographique (CD)

$$CD = \frac{\text{Population inactive de moins de 15 ans et de plus de 65 ans}}{\text{Population active (15-65 ans)}}$$

# Ratio ou Rapport (2)

- Rapport de masculinité en France en 2013



Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2012).

# Proportion (1)

---

$$\frac{A}{A+B} \quad A \text{ et } B \in C = A + B$$

- Valeur comprise entre 0 et 1 (ou 0 % et 100 %), sans unité
- Exemples
  - ✓ Proportion d'hommes  
 $\# \text{ hommes} / (\# \text{ hommes} + \# \text{ femmes})$
  - ✓ Structure de la population par groupes d'âge (pyramide démographique)
  - ✓ Proportion des survivants à l'âge « a »



# Proportion (2)

## ✓ Proportion d'hommes dans une population

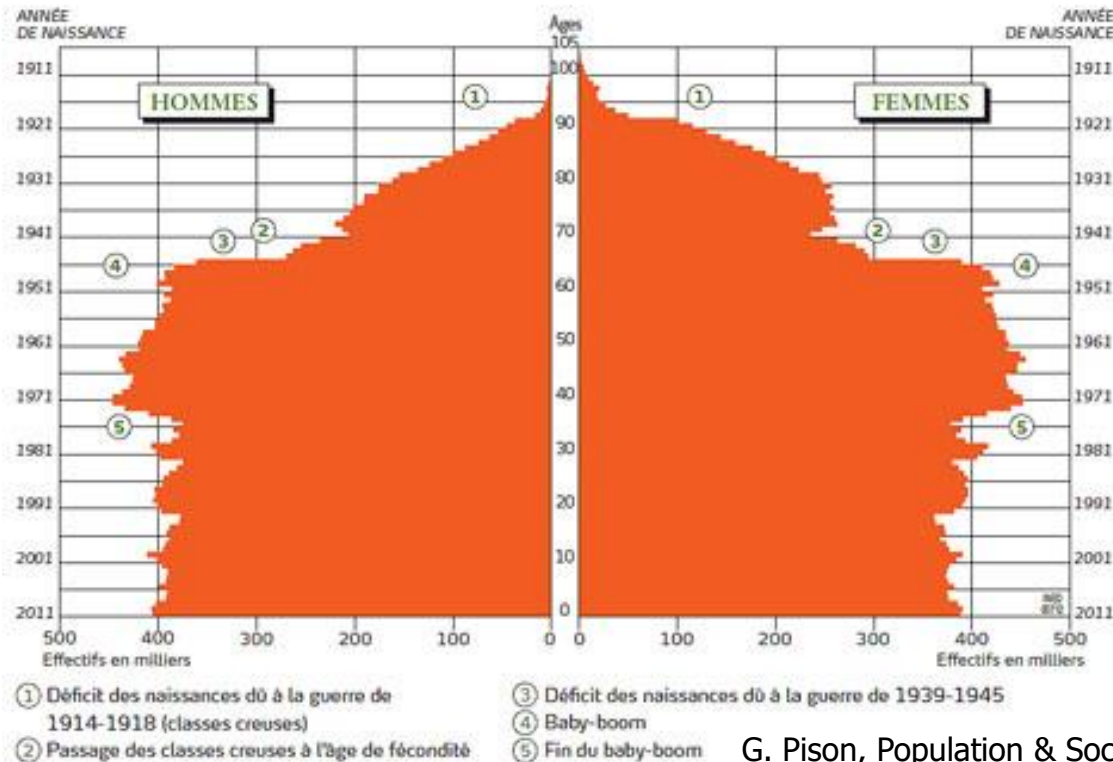
	<b>Hommes</b>	<b>Femmes</b>	<b>Proportion H</b>
Population totale	31 768 630	33 817 227	48,4%
Moins de 20 ans	8 268 829	7 906 688	51,1%
De 20 à 64 ans	18 663 193	19 251 257	49,2%
65 ans ou plus	4 836 608	6 659 282	42,1%

*Source : Insee, estimations de population (résultats provisoires arrêtés à fin 2012).*

# Proportion (3)

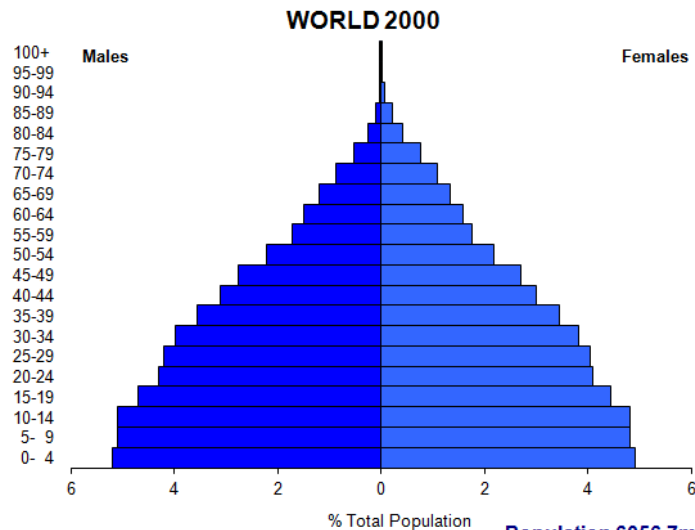
## ✓ Pyramide démographique

- Proportions de la population selon des segments d'âge et de sexe



$$f_i^s = \frac{N_i^s}{\sum_s \sum_i N_i^s}, \quad s = m, f \text{ et } i = \text{classe d'âge}$$

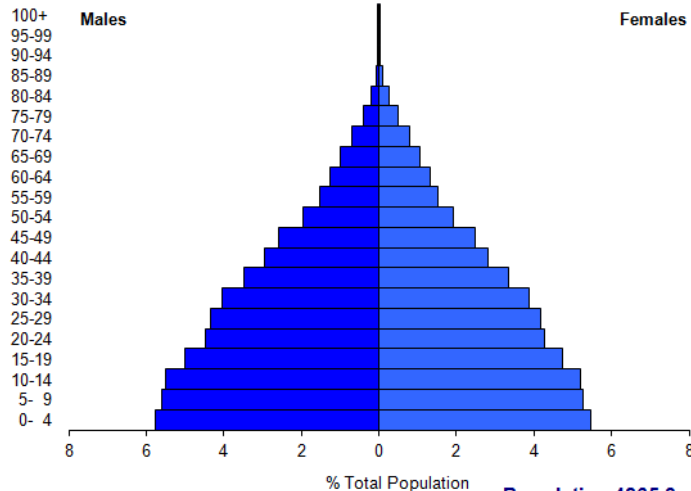
# Exemples : Pyramides démographiques



The oldest age group is open-ended.

Population 6056,7m

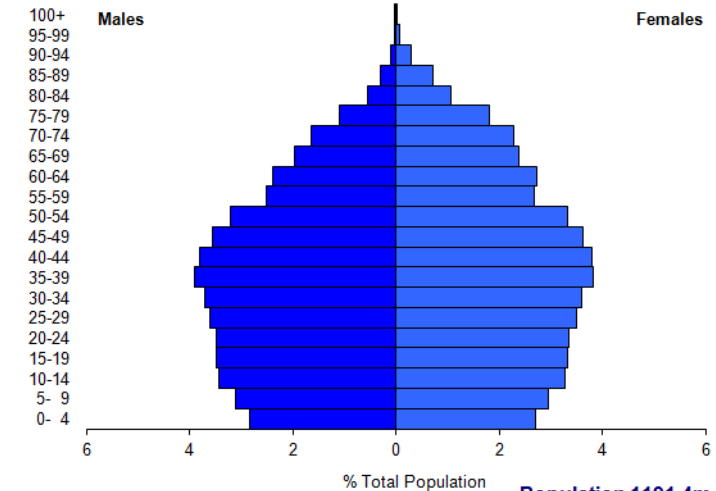
**Less developed regions 2000**



The oldest age group is open-ended.

Population 4865,3m

**More developed regions 2000**



The oldest age group is open-ended.

Population 1191,4m



Source : Division of the Department of Economic and Social Affairs of the United Nations Secretariat 2001.

World Population Prospects: The 2000 Revision, Vol. II. The sex and age distribution of population. New York: United Nations.

# Quotient

$$\text{Quotient} = \frac{\# \text{ événements durant une période } T}{\# \text{ personnes exposées au risque au début de la période } T}$$

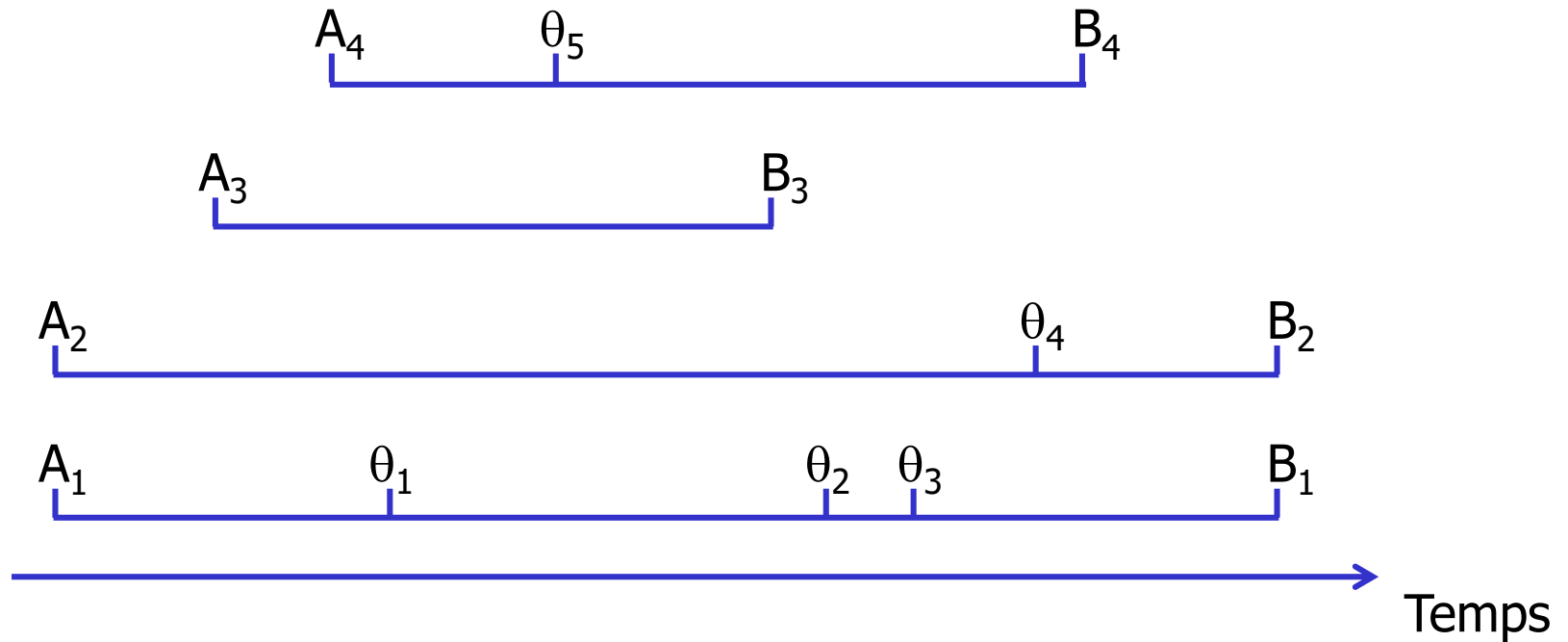
- C'est une proportion pour un intervalle
- Intégrale de la fonction de densité de la probabilité
  - ✓ Dépend de l'amplitude de l'intervalle d'intégration
  - ✓ Hypothèses : temps discret, population homogène
- Calculer sur des populations (groupes) très homogènes
  - ✓ Groupe d'âge → quotient de mortalité
- Période  $T$  courte  $\leq 1$  an
  - ✓ Si  $t \rightarrow 0$ , quotient  $\cong$  taux instantané

# Taux

$$\text{Taux} = \frac{\# \text{ événements}}{\# \text{ personne-années exposés au risque}}$$

- Mesure de la vitesse de survenue d'un événement
- Valeur comprise entre 0 et  $+\infty$ , unité : /temps
- Nombre de personne-années  $\cong$  nombre d'années exposés au risque

# Personne-Temps (1)



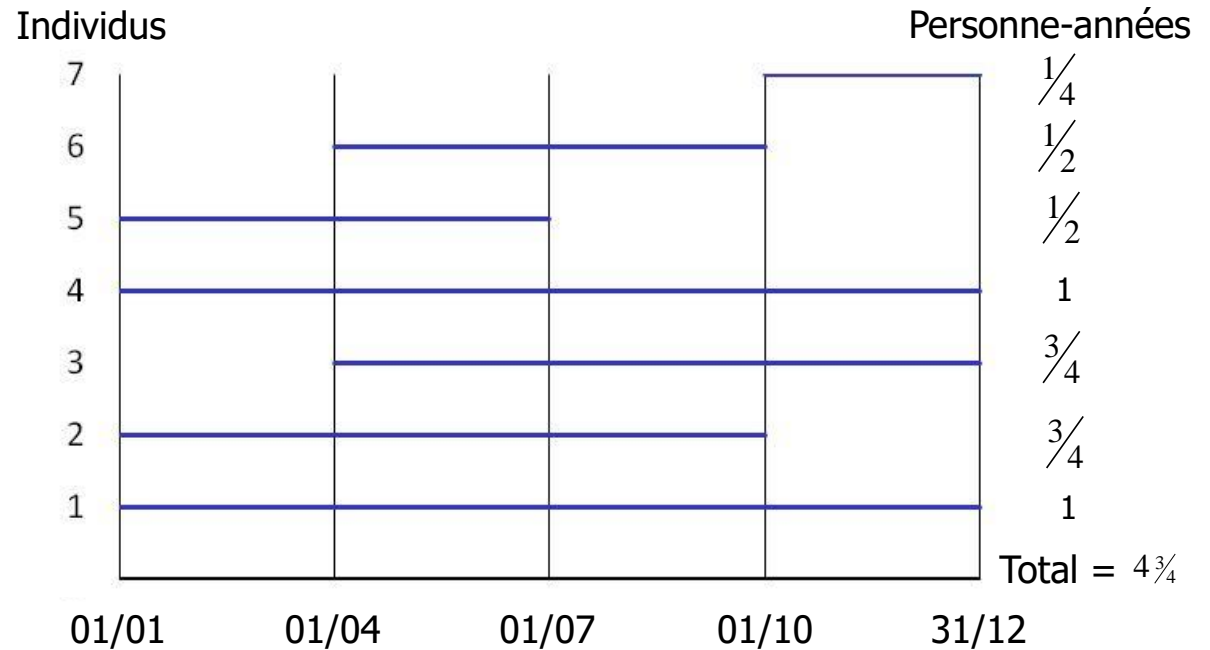
$\theta_j$  = événements

$A_i$  = Date de début du suivi, individu  $i$

$B_i$  = Date de fin du suivi, individu  $i$

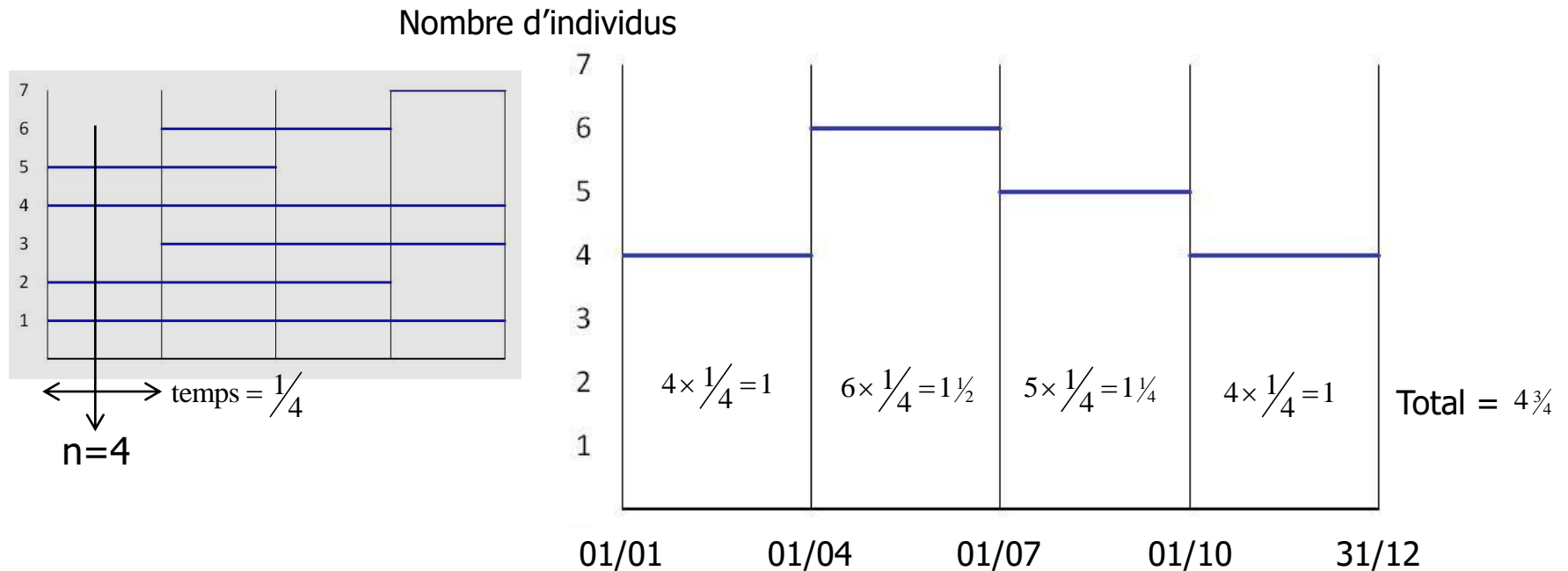
# Personne-Temps (2)

- Observation directe en continu



# Personne-Temps (3)

- Observation directe en temps discret





# Personne-Temps (4)

- Approximations en l'absence de données individuelles → estimateur du dénominateur
- Méthode : population au milieu de l'intervalle

$$\text{Taux} = \frac{E(t_0, t_1)}{\Delta(t_0, t_1) \times \bar{P}(t_0, t_1)}$$

$E(t_0, t_1)$  = # événements entre  $t_0$  et  $t_1$

$\Delta(t_0, t_1)$  = durée de l'intervalle entre  $t_0$  et  $t_1$

$\bar{P}(t_0, t_1)$  = population "moyenne" entre  $t_0$  et  $t_1$

- ✓ Hypothèse de croissance linéaire (progression arithmétique)
- ✓ Autres possibilités de croissance

# Principaux Taux Bruts

---

- Taux brut de natalité
  - Taux brut de mortalité
  - Taux brut d'immigration
  - Taux brut d'émigration
- 
- Composants de l'équation du bilan démographique
  - Existe des décompositions en taux spécifiques
    - ✓ Taux brut de mortalité infantile

# Mesures en Démographie

---

---

Ratio	Rapport entre 2 nombres
Taux	Rapport entre le nombre d'événements démographiques et la population à risque de présenter cet événement (personne-temps)
Proportion	Rapport entre 2 nombres, le dénominateur incluant le numérateur
Pourcentage	Proportion multipliée par 100
Probabilité	Rapport entre le nombre d'événements démographiques et la population initiale à risque de présenter cet événement (nombre de personnes susceptibles de présenter l'événement)

---

D'après : Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003

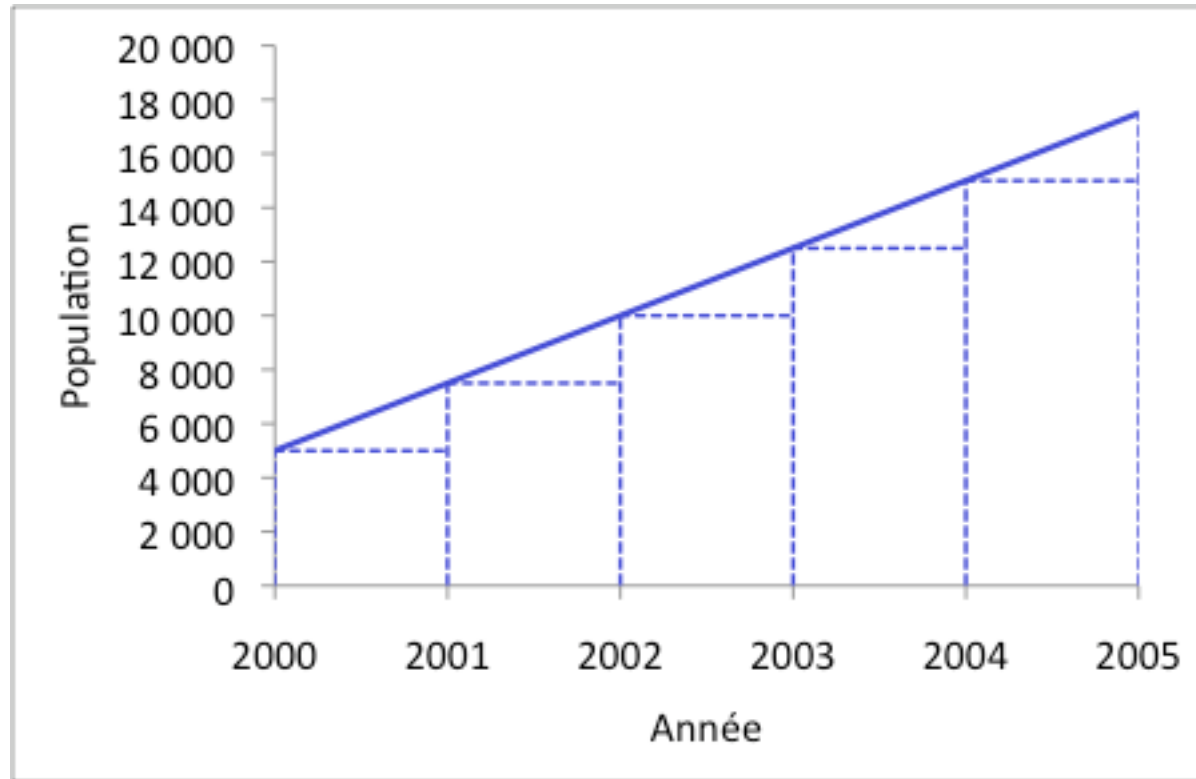
# Croissance Démographique

# Croissance Démographique - Arithmétique

---

- Accroissement de la population constant sur chaque période
- La taille de la population augmente selon un taux annuel arithmétique constant (de  $x$  %), à partir de la taille de la population au temps  $t_0$
- Produit une croissance linéaire
- Limites
  - ✓ Hypothèse forte
  - ✓ Peu fréquent dans la réalité
  - ✓ Mais, base pour des « accroissements annuels moyens »

# Croissance Démographique - Arithmétique



$$P_{2000} \times 0,5 = 2500$$

# Croissance Démographique - Arithmétique

Formules	Exemple
<u>Définitions :</u> $P_0$ = population au début $P_n$ = population après n années n = nombre d'intervalles (i.e. années) entre $P_0$ et $P_n$	<u>Mexico :</u> $P_0$ = 98 787 000 (Yr. 2000) $P_n$ = 162 356 000 (Yr. 2050) n = 50 années
1. Variation absolue $P_n - P_0$	162 356 000 – 98 787 000 = 63 569 000
2. Pourcentage de variation $(P_n - P_0)/P_0 \times 100$	63 569 000 / 98 787 000 x 100 = 64,35 %
3. Augmentation annuelle moyenne $(P_n - P_0) / n$	63 569 000 / 50 = 1 271 380
4. Taux de croissance arithmétique $((P_n - P_0)/n) / P_0 \times 100$	1 271 380/98 787 000 x 100 = 1,29 %

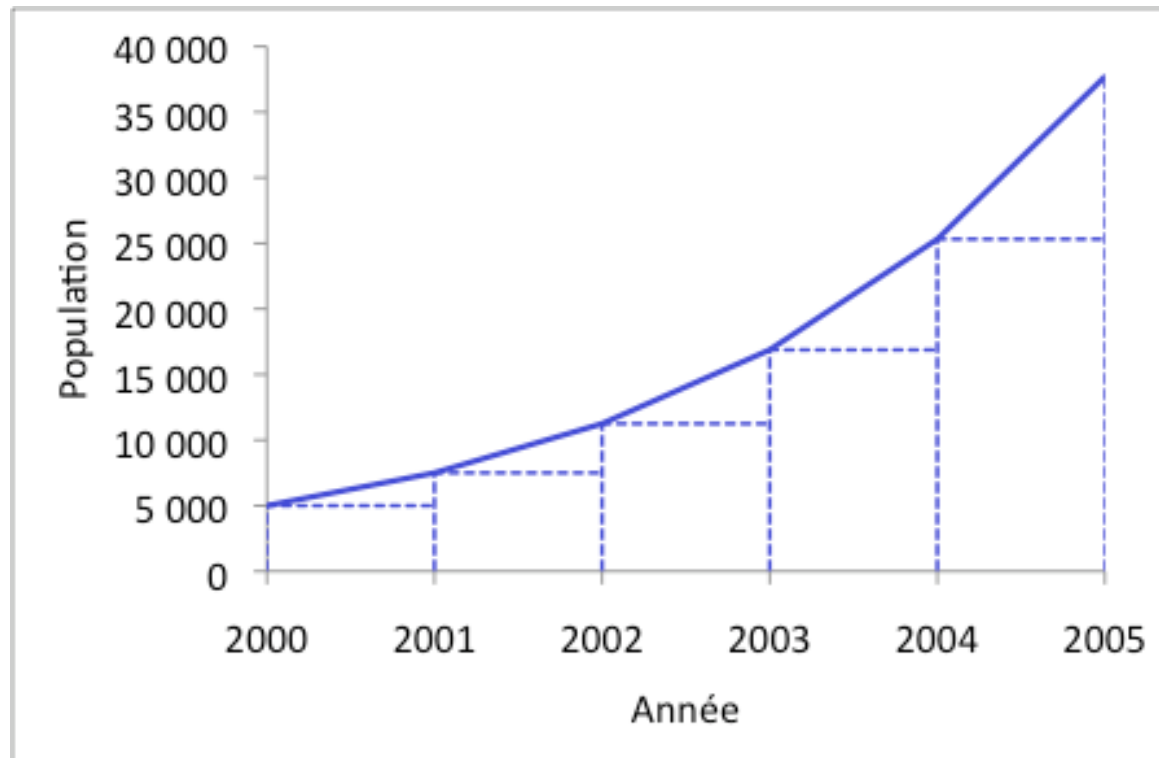
Source : Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003

# Croissance Démographique - Géométrique

- Accroissement de la population augmente d'une période à l'autre (*non constant*)
  - ✓ Les accroissements successifs s'amplifient d'eux-mêmes
  - ✓ Exemple : pays développés à taux de natalité élevés où l'accroissement de la natalité peut augmenter la taille de la génération d'adultes, qui contribueront eux-mêmes à augmenter la natalité,...
- La taille de la population augmente selon un ratio constant (de  $x$  %)
- Donne rapidement une population de grande taille
- Limite
  - ✓ Accroissements pas toujours constants



# Croissance Démographique - Géométrique



$$P_{\text{Année}+1} / P_{\text{Année}} = 1,500$$

$$P_{\text{Année}+1} \cong P_{\text{Année}} \times 0,50 + P_{\text{Année}}$$

# Croissance Démographique - Géométrique

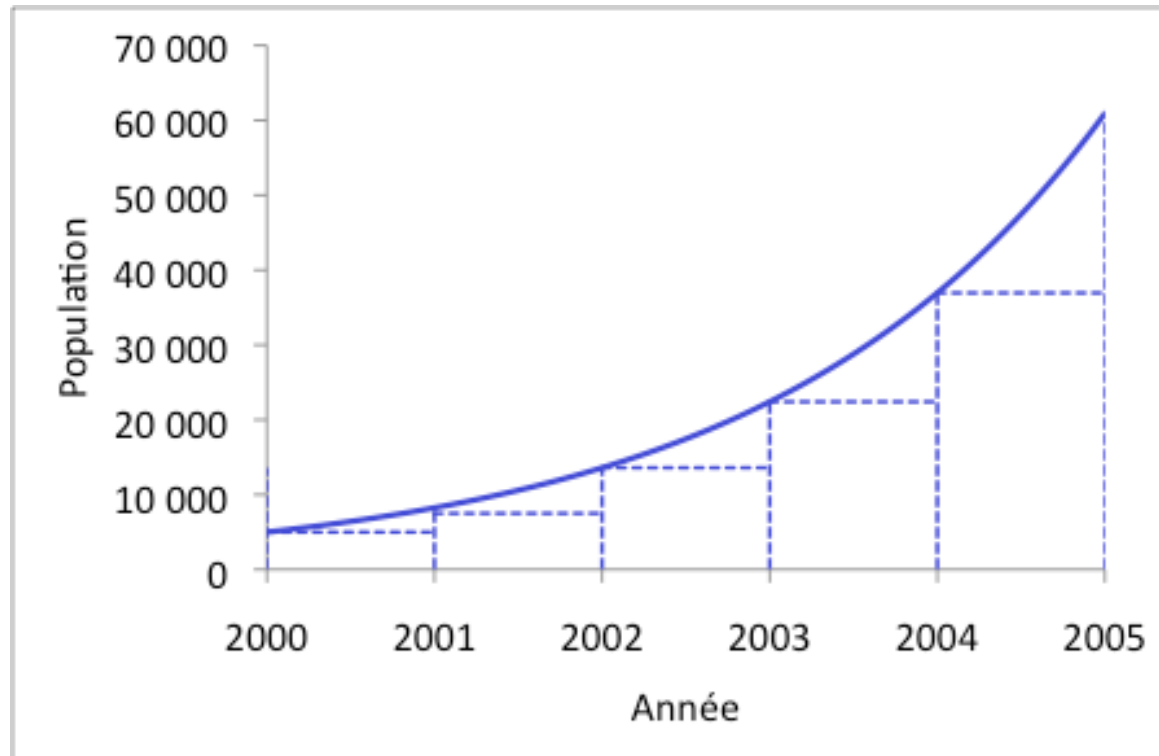
Formules	Exemple
<p><u>Définitions :</u> <math>P_0</math> = population au début <math>P_n</math> = population après n années n = nombre d'intervalles (i.e. années) entre <math>P_0</math> et <math>P_n</math> r = taux de croissance annuel</p>	<p><u>Etats-Unis :</u> <math>P_0</math> = 250,4 millions (Yr. 1990) <math>P_n</math> = 297,2 millions (Yr. 2010) n = 20 années  r = 0,86041 %</p>
1. Population en fin de période $P_n = P_0(1 + r)^n$	$P_n = 250,4 \times (1,086041)^{20}$ = 297,2
2. Population initiale $P_0 = P_n / (1 + r)^n$	$P_0 = 297,2 / (1,086041)^{20}$ = 250,4
3. Taux de croissance géométrique $r = (P_n / P_0)^{1/n} - 1$	$r = (297,2/250,4)^{1/20} - 1$ = 0,86041 %
4. Intervalle entre 2 populations $n = \log_{10}(P_n / P_0) / \log_{10}(1 + r)$	$n = 0,074414481 / 0,003720724$ = 20 ans
5. Temps de doublement $n = \log_{10}(2) / \log_{10}(1 + r)$	$n = 0,30103 / 0,003720724$ = 80,9 ans

Source : Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003

# Croissance Démographique - Exponentielle

- Accroissement de la population augmente de manière continue
  - ✓ Accroissements « instantanés » (géométrique est un cas particulier d'exponentiel ; intervalles plus longs)
  - ✓ Les accroissements augmentent d'autant plus que les intervalles sont courts
- La taille de la population augmente selon un ratio constant (de  $x$  %)
- Donne rapidement une population de grande taille
- Limite
  - ✓ Accroissements pas toujours constants
  - ✓ Mais, cohérent dans le développement de modèles de population stables (fertilité, mortalité selon la structure par âge)

# Croissance Démographique - Exponentielle



$$P_{\text{Année}+1} / P_{\text{Année}} = 1,649$$

$$P_{\text{Année}+1} \cong P_{\text{Année}} \times 0,65 + P_{\text{Année}}$$

# Croissance Démographique - Exponentielle

Formules	Exemple
<p><u>Définitions :</u> <math>P_0</math> = population au début <math>P_n</math> = population après n années n = nombre d'intervalles (i.e. années) entre <math>P_0</math> et <math>P_n</math> r = taux de croissance annuel e = 2,71828</p>	<p><u>Pakistan :</u> <math>P_0</math> = 112,4 millions (Yr. 1990) <math>P_n</math> = 146,5 millions (Yr. 1999) n = 9 années  r = 2,94401 %</p>
1. Population en fin de période $P_n = P_0 e^{rn}$	$P_n = 112,4 \times (2,71828)^{9 \times 0,0294401}$ = 146,5
2. Population initiale $P_0 = P_n / e^{rn}$	$P_0 = 146,5 / (2,71828)^{9 \times 0,0294401}$ = 112,4
3. Taux de croissance exponentielle $r = \ln(P_n / P_0) / n$	$r = \ln(146,5/112,4) / 9$ = 2,944 %
4. Intervalle entre 2 populations $n = \ln(P_n / P_0) / r$	$n = \ln(146,5/112,4) / 0,0294401$ = 9 ans
5. Temps de doublement $n = \ln(2) / r$	$n = 0,69315 / 0,0294401$ = 12,5 ans

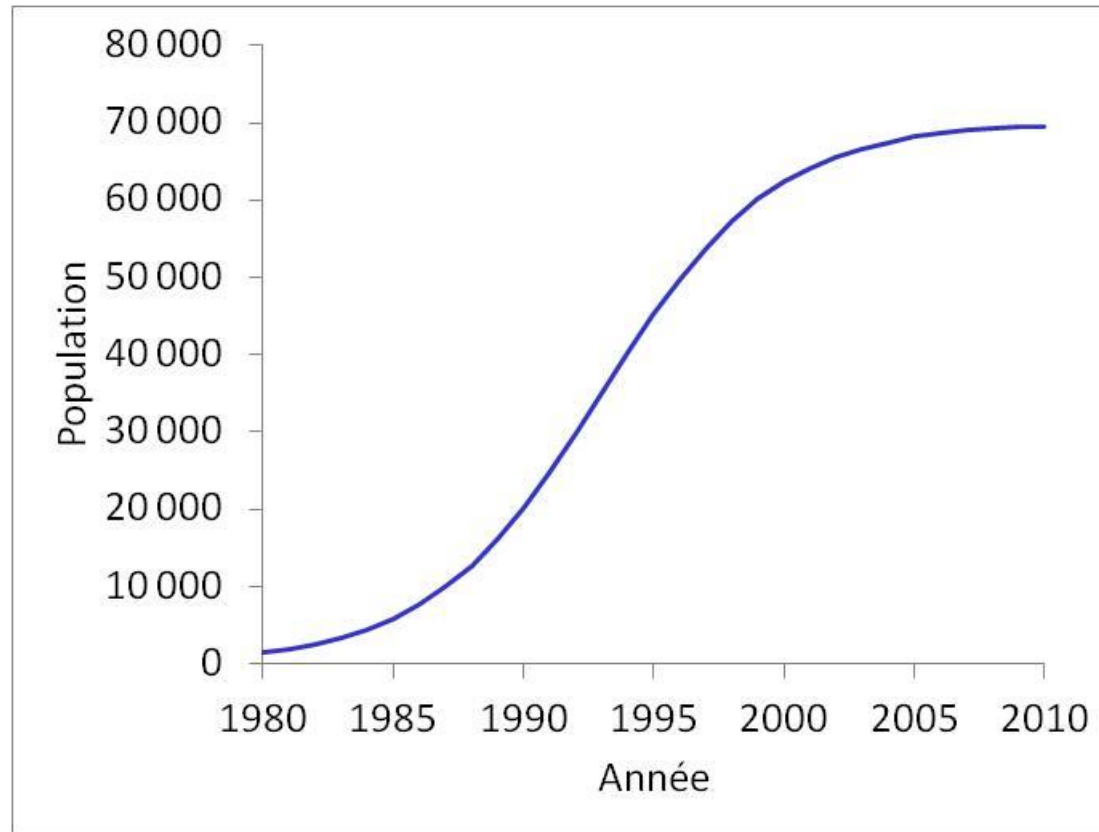
Source : Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003

# Croissance Démographique - Logistique

---

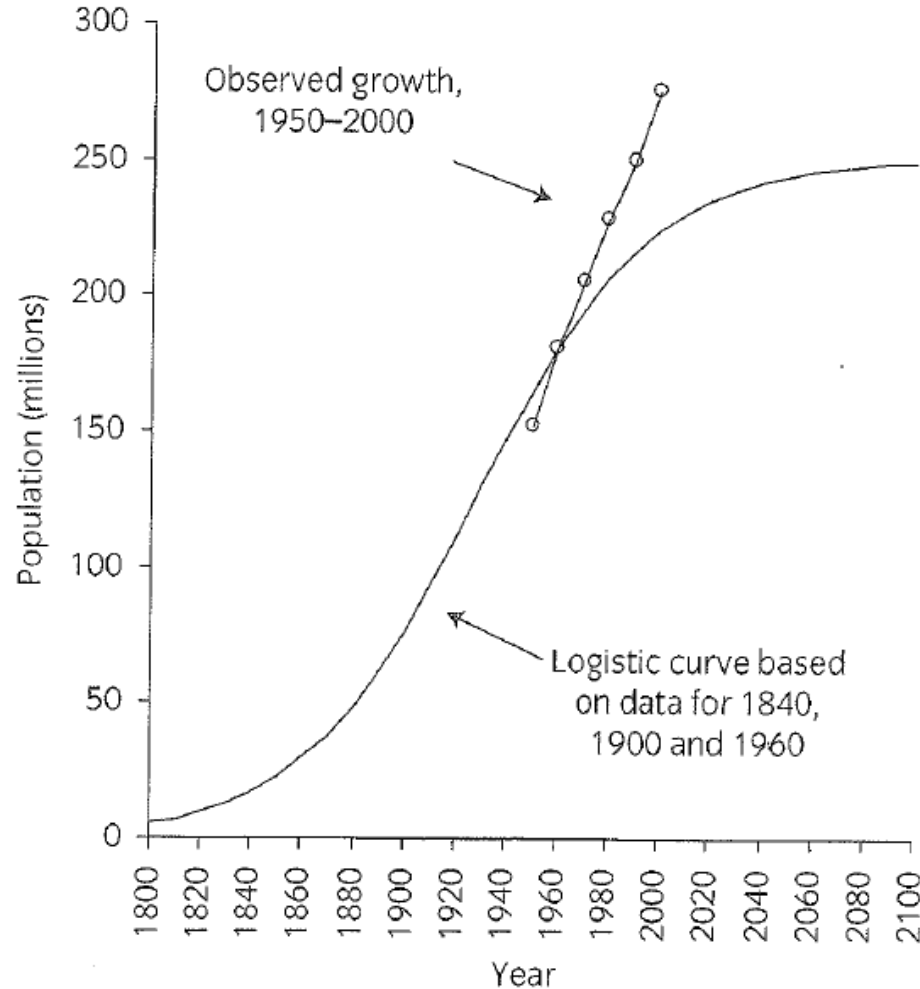
- Limite l'accroissement de la population à un certain nombre au cours du temps
- Forme en S
  - ✓ Période initiale de faible croissance
  - ✓ Phase de croissance rapide (diminution taux décès)
  - ✓ Phase de plateau (faible taux de natalité)
  - ✓ Exemple : maladies sexuellement transmissibles, proportion de ménage possédant des biens de consommation,...
- Limite
  - ✓ Prédiction démographique difficile

# Croissance Démographique - Logistique



$$P_t = \frac{K}{1 + \exp(\alpha - rt)}$$

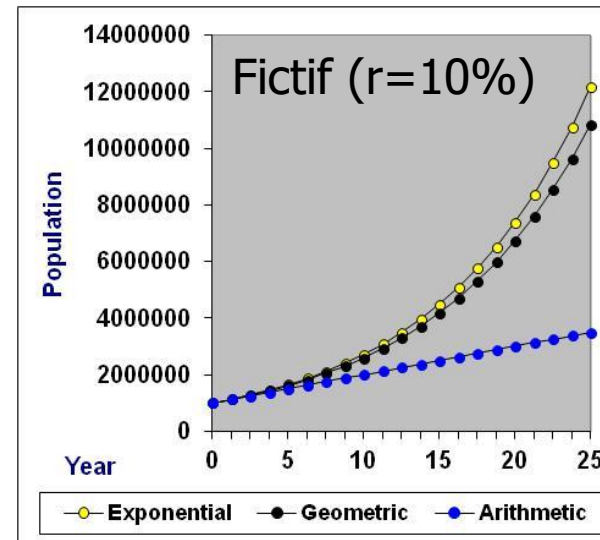
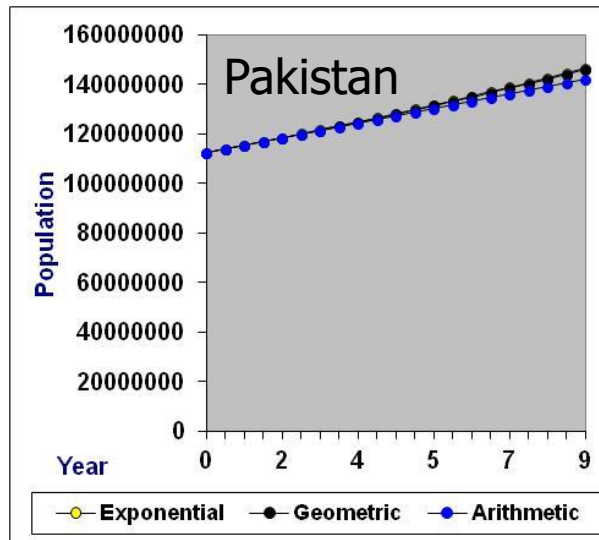
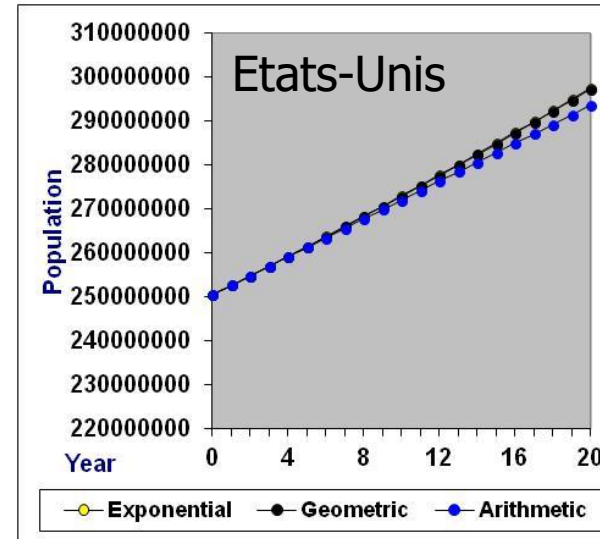
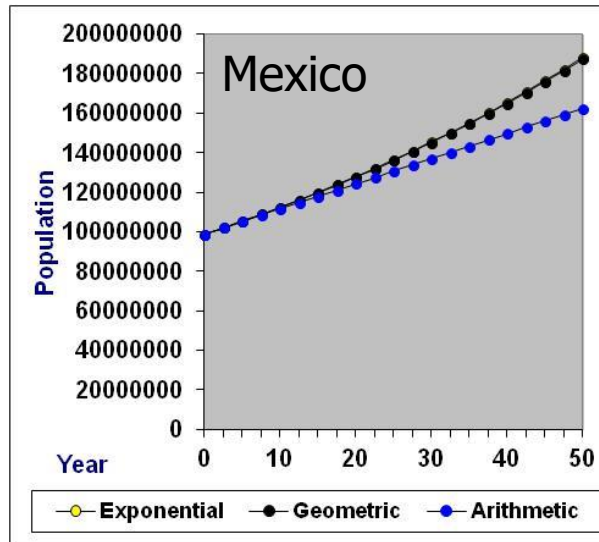
# Croissance Démographique - Logistique



Source : Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003



# Croissance Démographique



# Croissance Démographique

Croissance	Evolution	Taux accroissement	Augmentation absolue	Ratio de populations successives
Arithmétique	Incréments constants par intervalles constants	Constant	Constant	Variant
Géométrique	Croissance à intervalles constants	Constant	Variant	Constant
Exponentielle	Croissance continue	Constant	Variant	Constant
Logistique	Taux d'accroissements par rapport au changement de la taille de la population	Variant	Variant	Variant

D'après : Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003

# Repérage des Evénements Démographiques dans le Temps

# Evénements et Population Source

---

- Toujours rapporter les événements étudiés à la population qui les a effectivement produits
- Population
  - ✓ Varie au cours du temps
  - ✓ Fonction de facteurs (équation du bilan démographique)
- Indicateurs du mouvement interne d'une population
  - ✓ Hypothèse d'homogénéité des sous-populations relativement aux caractéristiques des événements pris en compte par l'indicateur considéré
  - ✓ Exemple : taux de mortalité à l'âge  $x$  durant un période  $t$

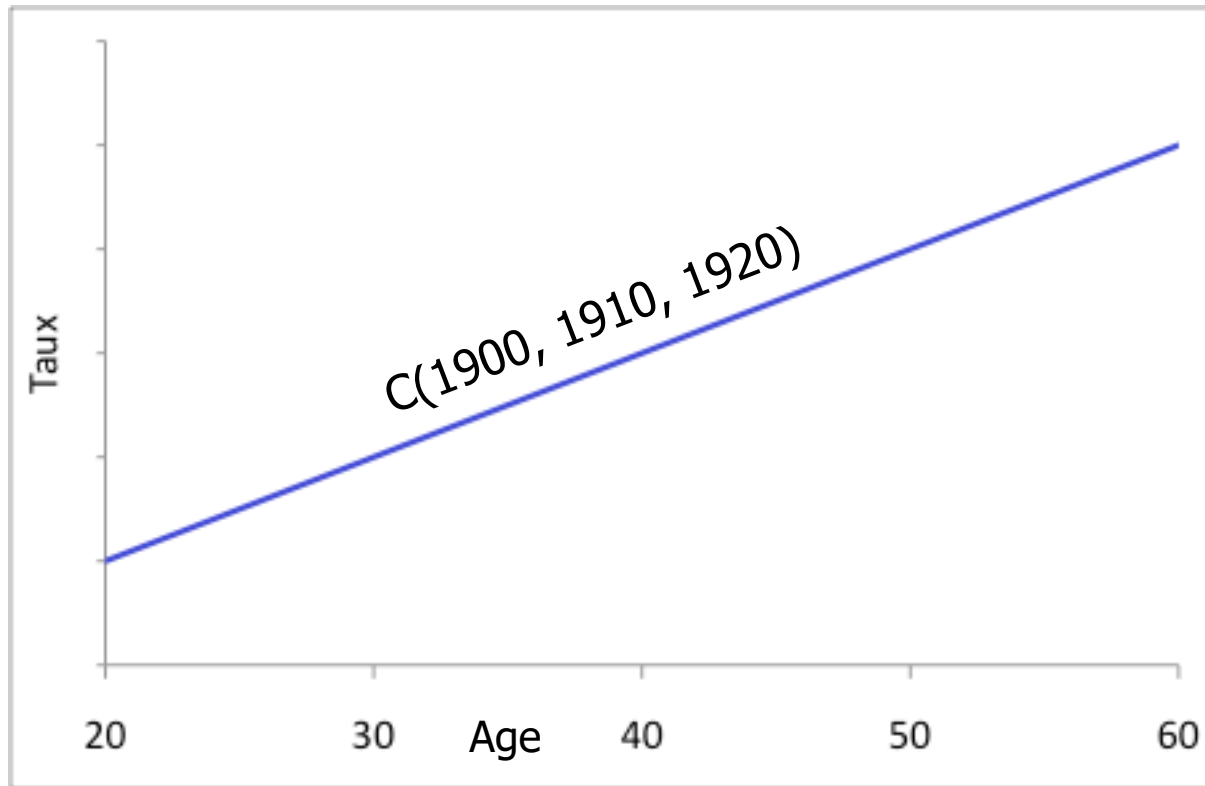
# Notion de Temps

---

- Population globale
  - ✓ Evolue dans le temps
  - ✓ Ne considère pas l'âge
- Sous-populations
  - ✓ Evoluent dans le temps
  - ✓ Changent leur âge
- Obligation de définir les échelles de temps
  - ✓ Astronomique : calendrier
  - ✓ Individuel : âge (temps entre 2 dates)

# Effets Age, Cohorte, Période (1)

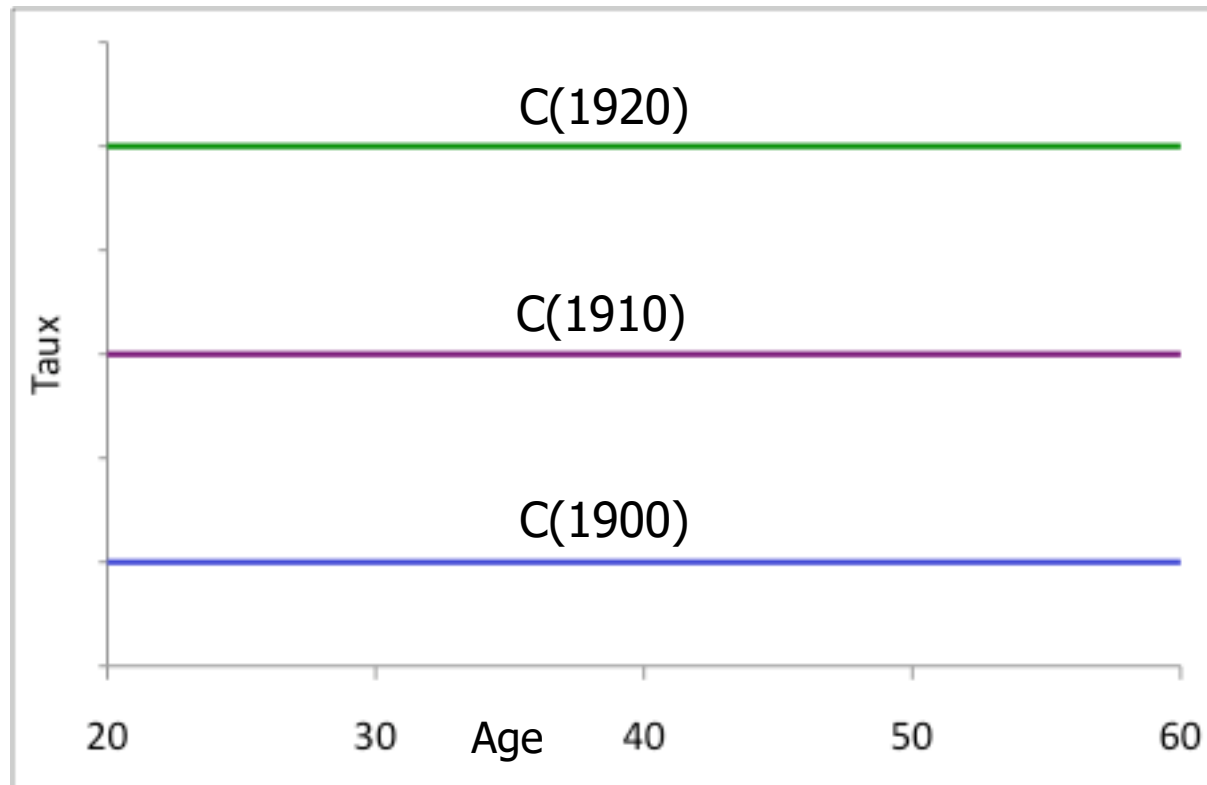
## Effet Age



D'après : Rumeau-Rouquette et col. Epidémiologie, méthodes et pratique. Médecine-Sciences, Flammarion. 1994

# Effets Age, Cohorte, Période (2)

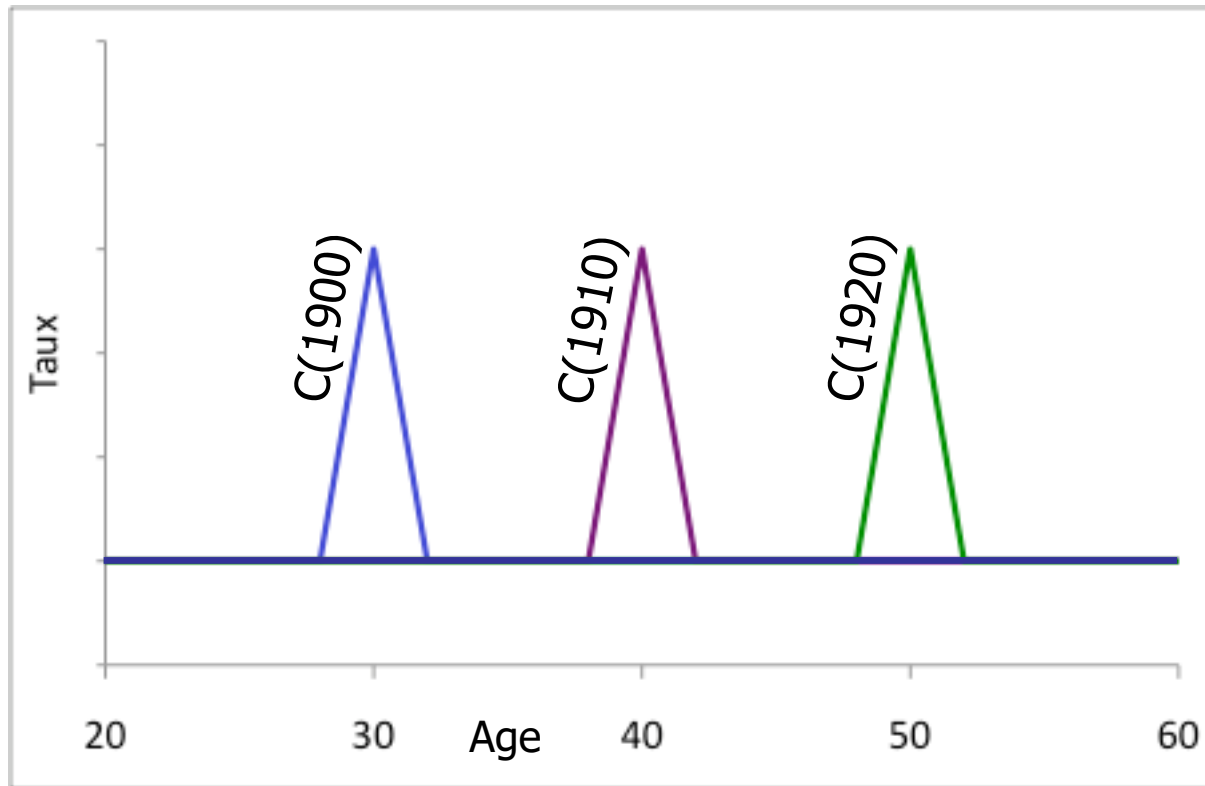
## Effet Cohorte



D'après : Rumeau-Rouquette et col. Epidémiologie, méthodes et pratique. Médecine-Sciences, Flammarion. 1994

# Effets Age, Cohorte, Période (3)

## Effet Période



D'après : Rumeau-Rouquette et col. Epidémiologie, méthodes et pratique. Médecine-Sciences, Flammarion. 1994

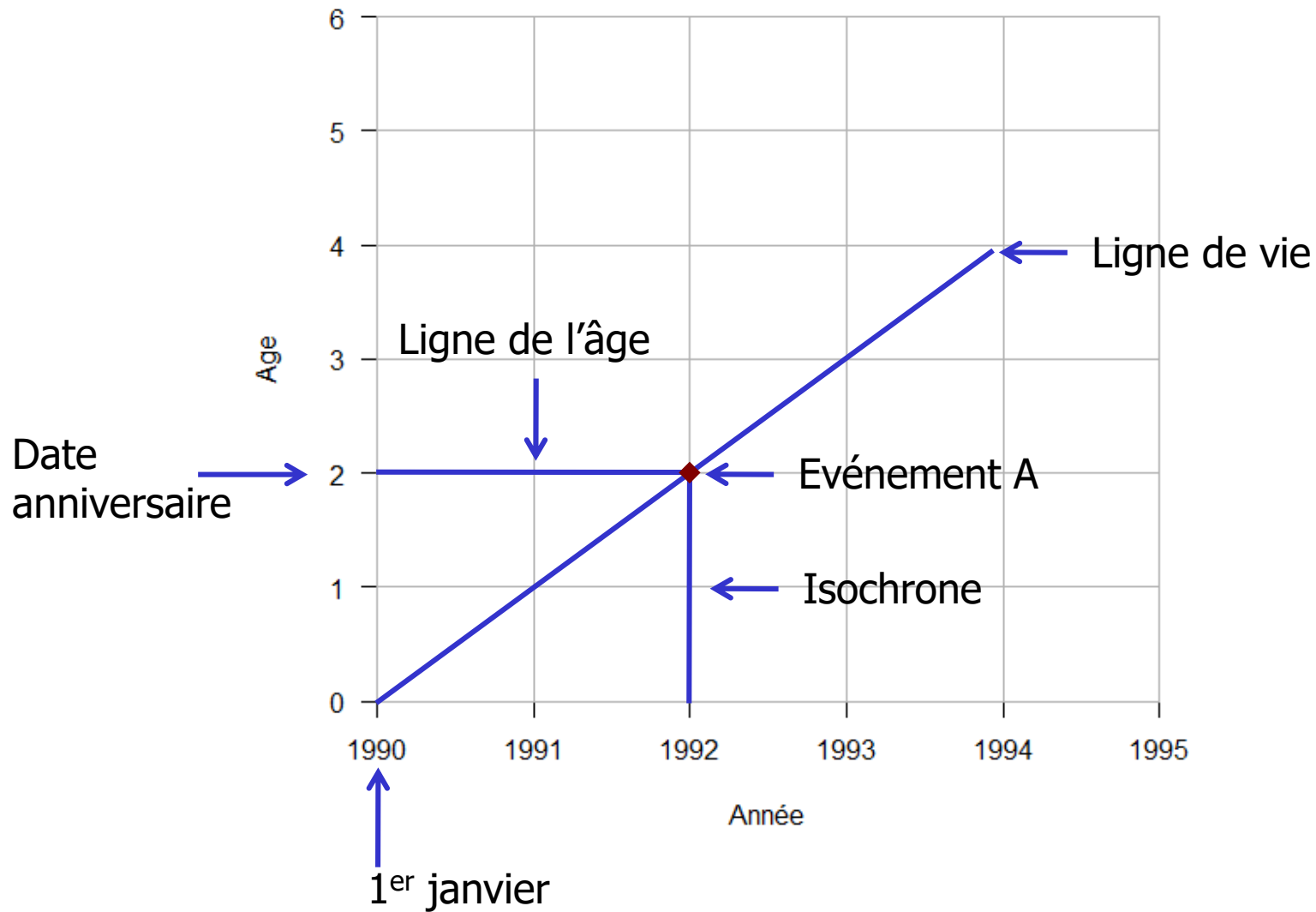


# Diagramme de Lexis (1)

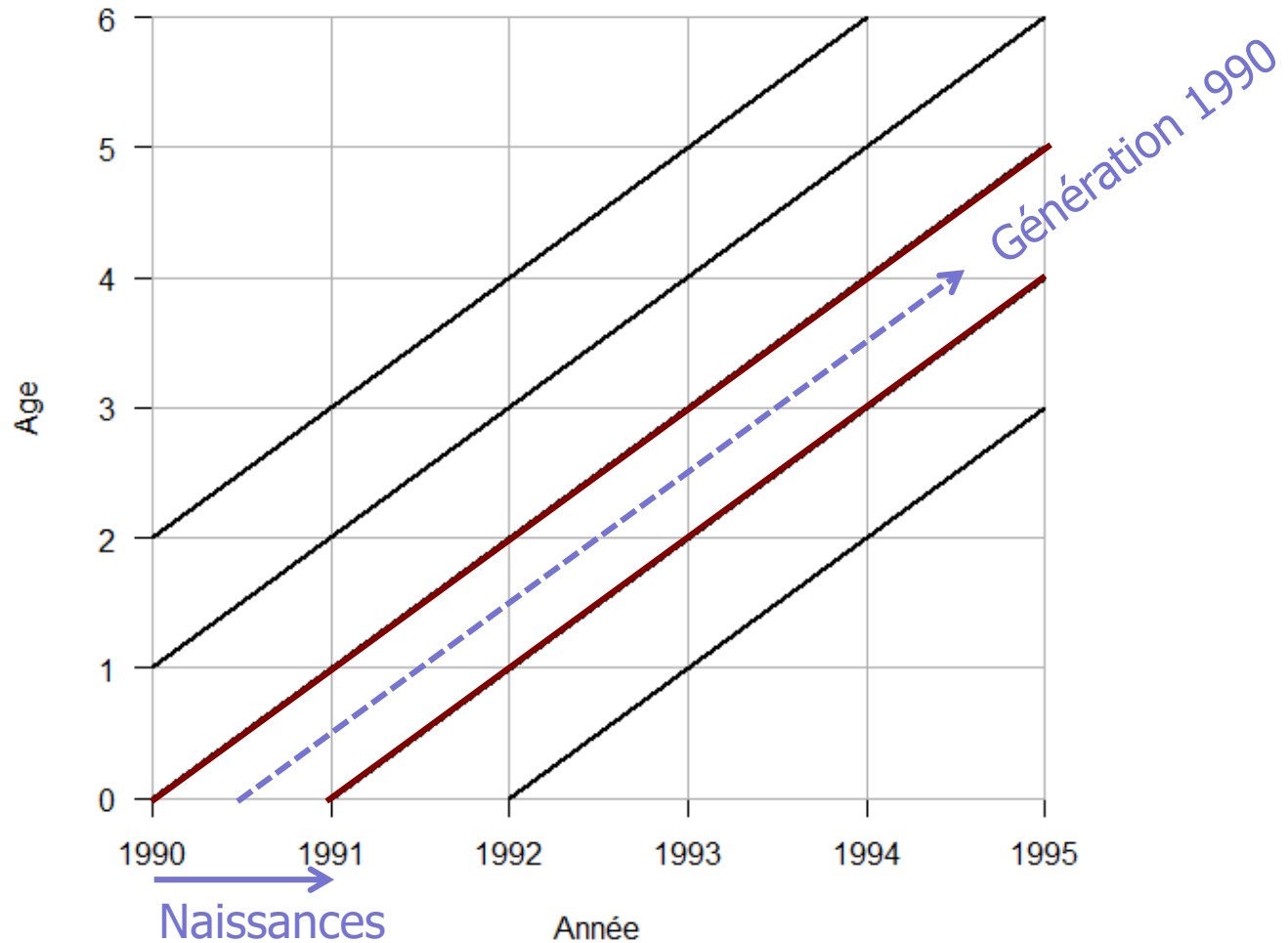
---

- Pour repérer un événement dans le temps
- En fonction de
  - ✓ L'âge
  - ✓ La cohorte (génération)
  - ✓ La période (âge) de survenue de l'événement

# Diagramme de Lexis (2)

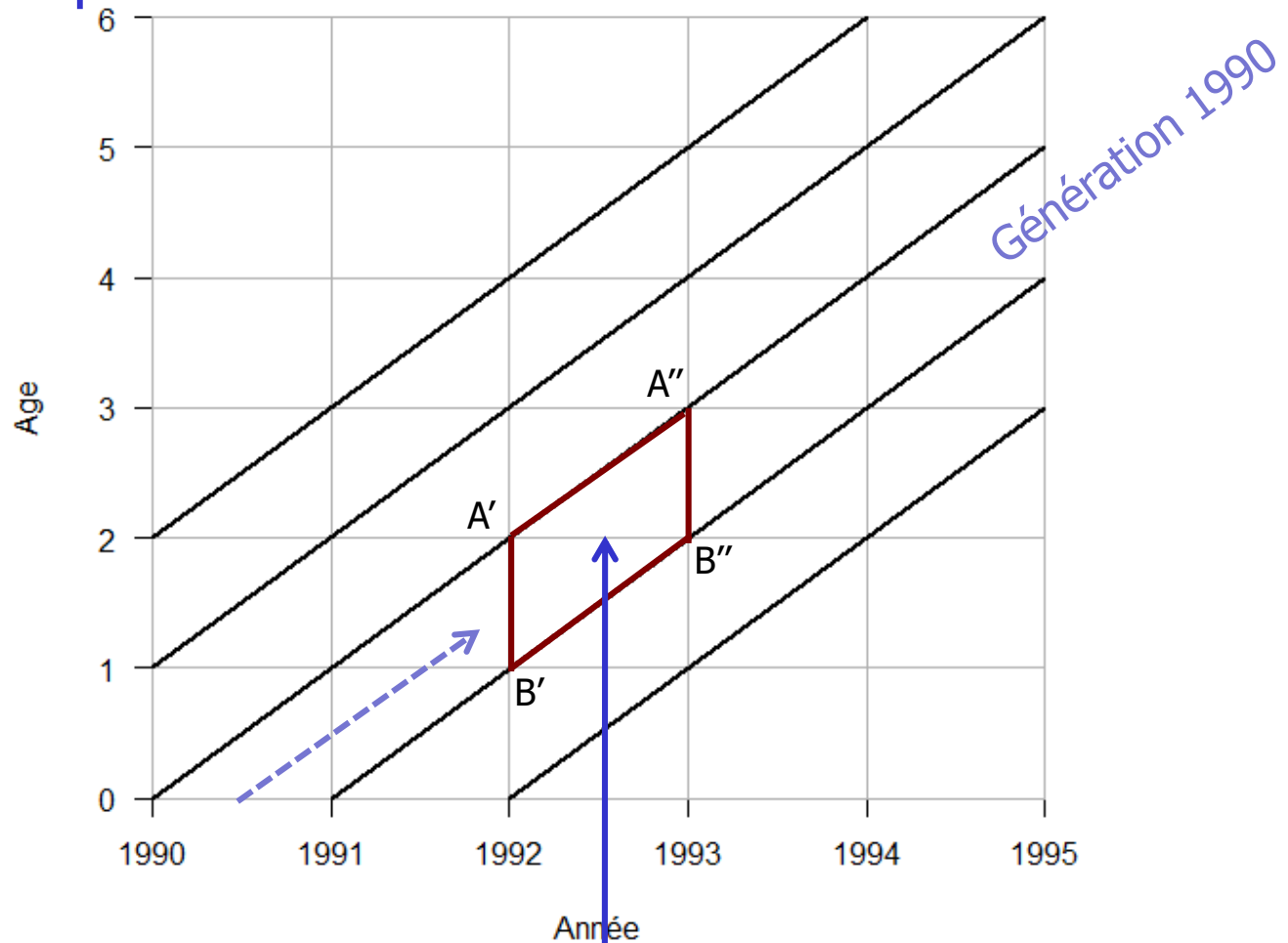


# Diagramme de Lexis (3)



# Diagramme de Lexis (4)

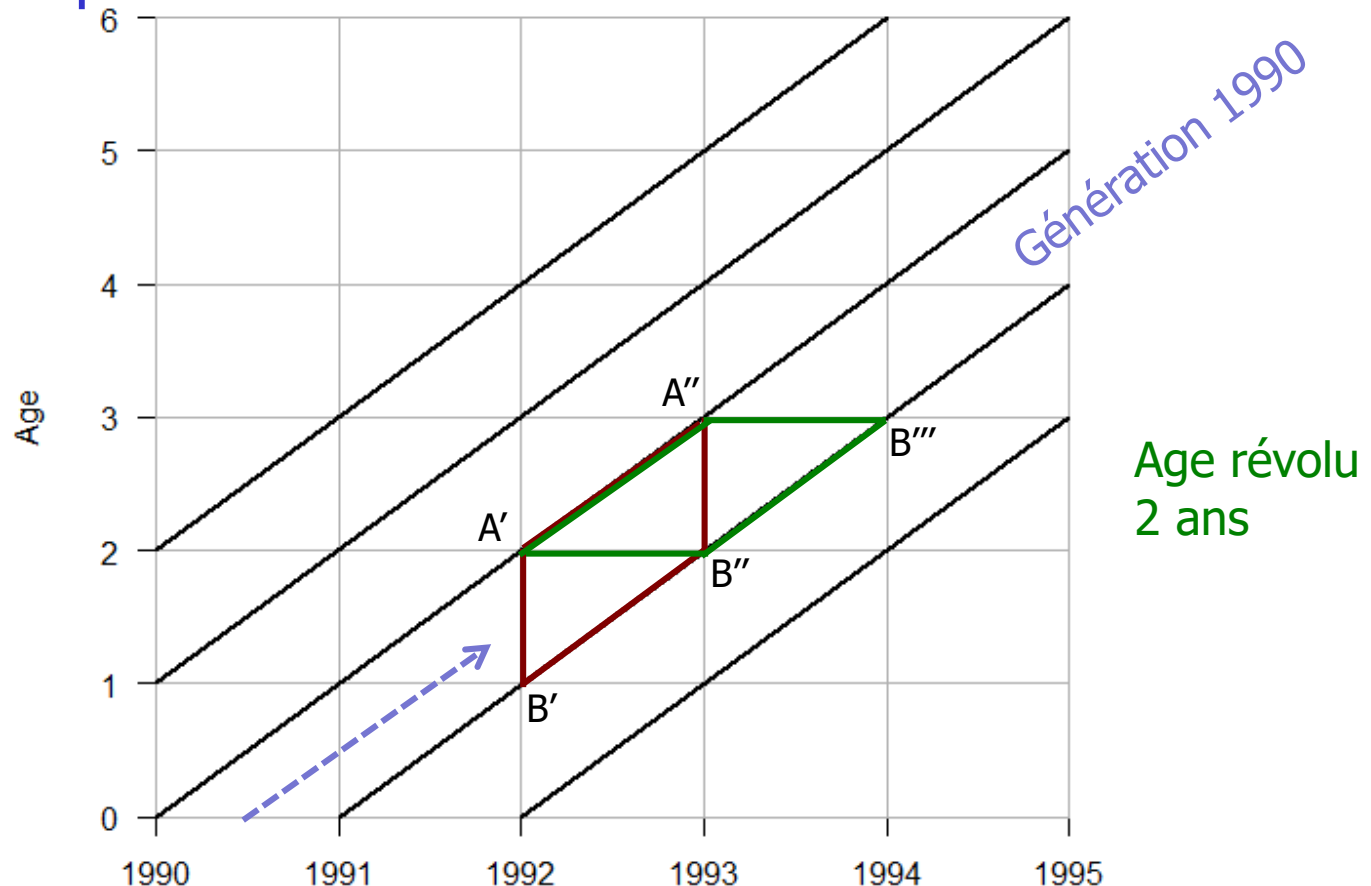
## Age d'un groupe



G1990 : 2 ans dans l'année  
1992

# Diagramme de Lexis (5)

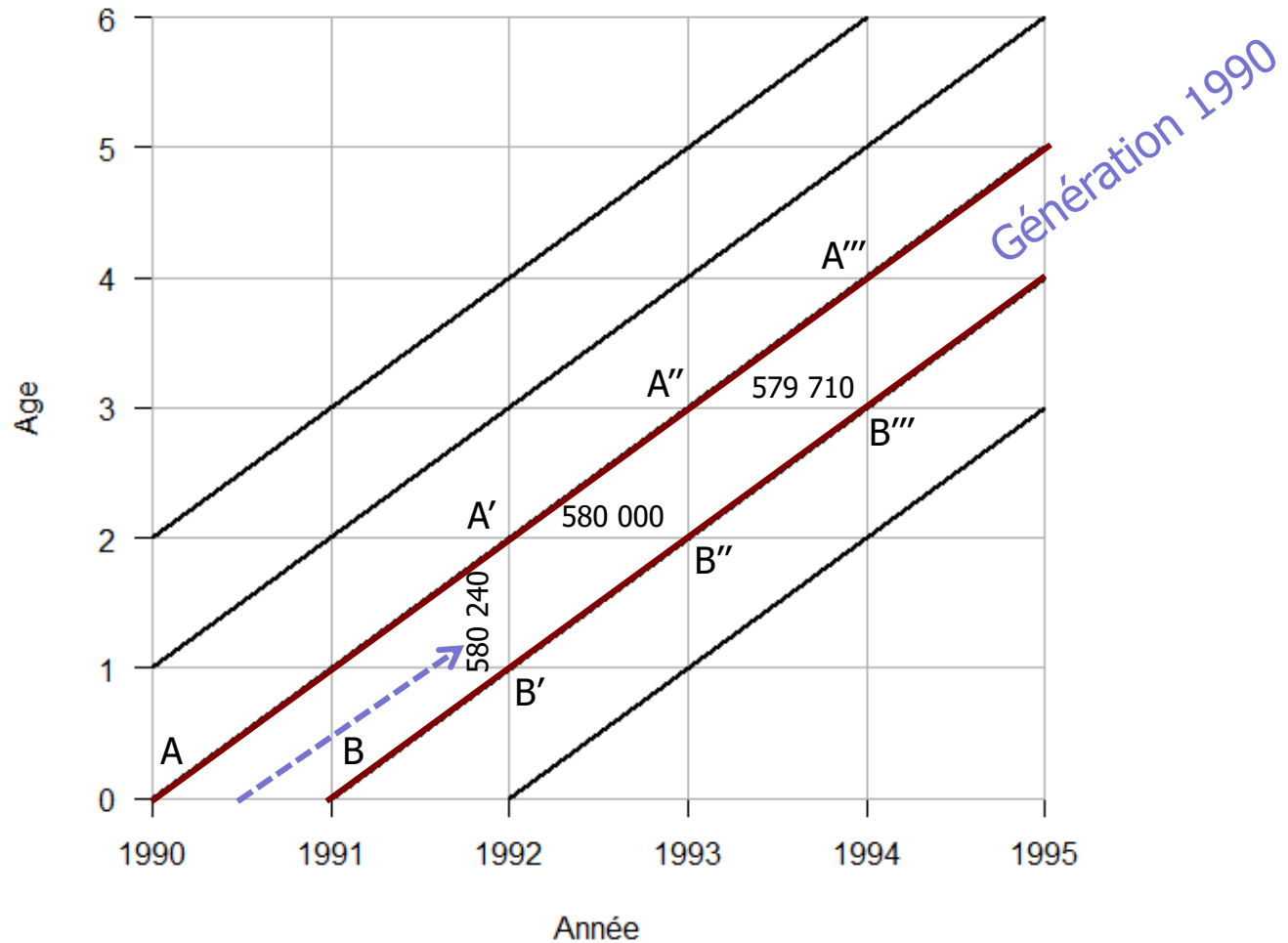
## Age d'un groupe



Age atteint  
2 ans dans l'année 1992

# Diagramme de Lexis (6)

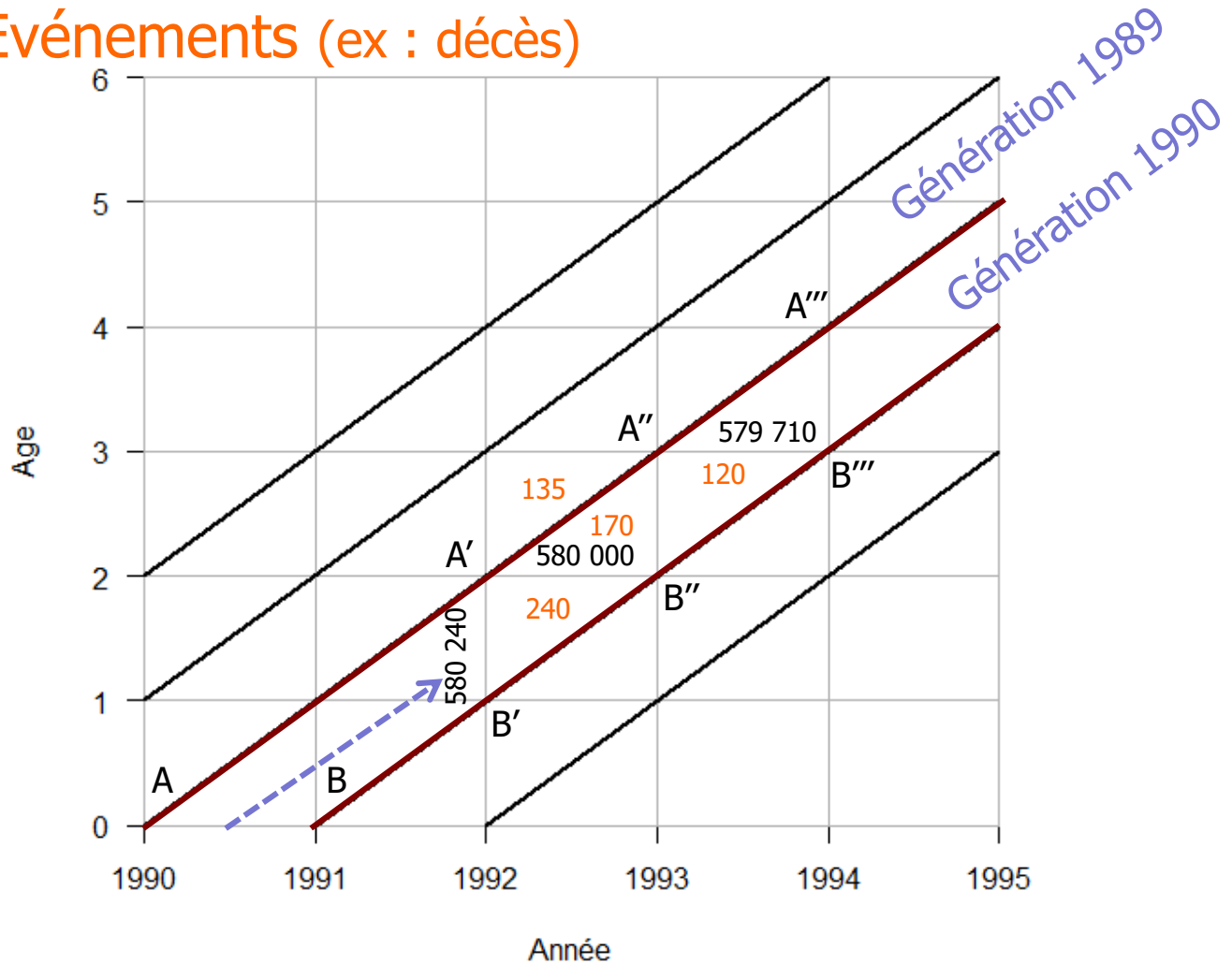
## Effectifs



D'après : Rumeau-Rouquette et col. Epidémiologie, méthodes et pratique. Médecine-Sciences, Flammarion. 1994

# Diagramme de Lexis (7)

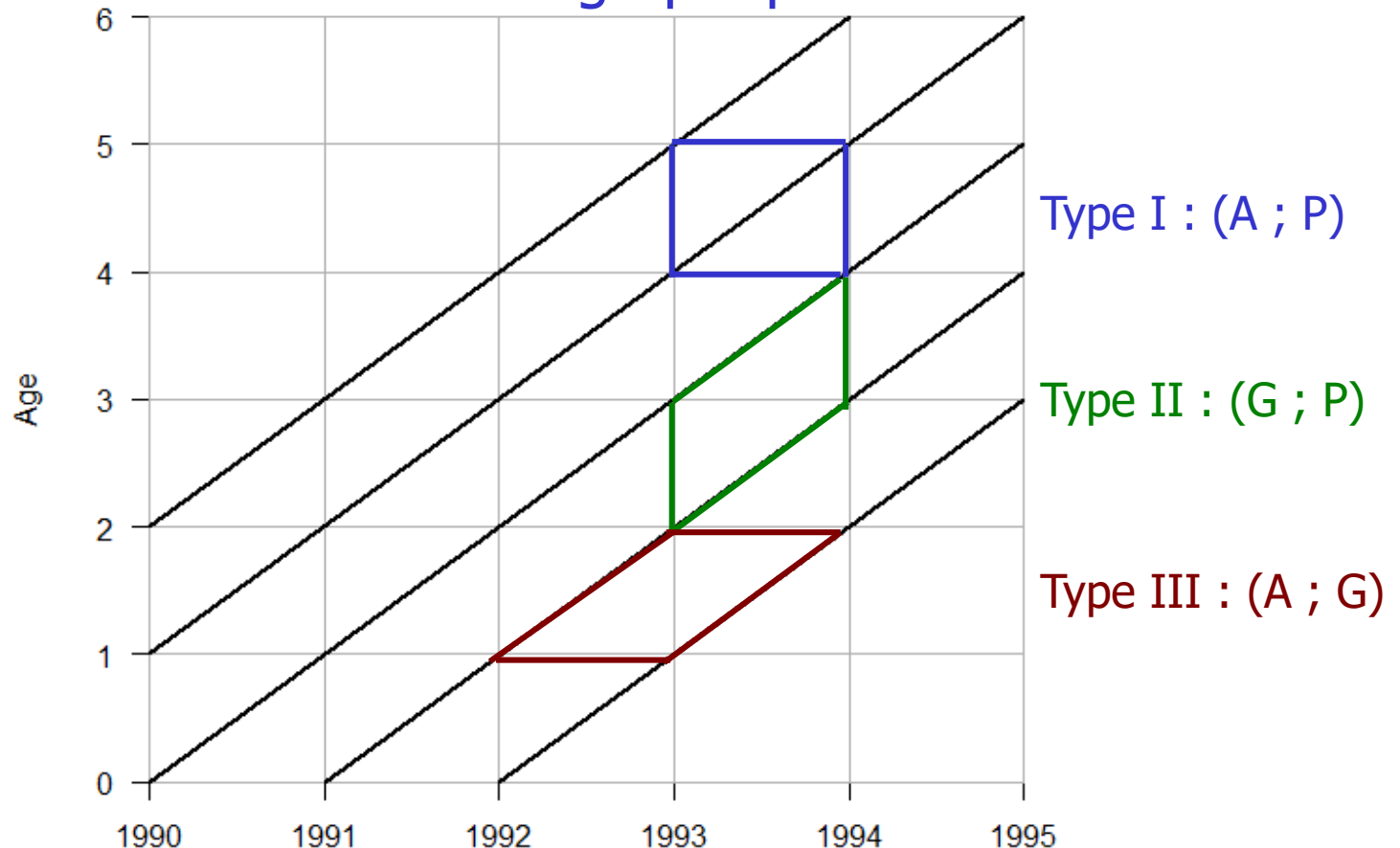
Effectifs – Evénements (ex : décès)



D'après : Rumeau-Rouquette et col. Epidémiologie, méthodes et pratique. Médecine-Sciences, Flammarion. 1994

# Diagramme de Lexis (8)

## Typologie des événements démographiques



A : âge révolu  
P : période  
G : génération



# Sources

---

- Rowland D.T. Demographics methods and concepts. Oxford University press. 2003.
- Preston S.H. et col. Demography, measuring and modeling population processes. Blackwell publishing. 2000.
- Rumeau-Rouquette C. et col. Epidémiologie, méthodes et pratique. Médecine-Sciences, Flammarion. 1994.
- Avdeev A. Introduction en analyse démographique <http://dmo.econ.msu.ru/Teaching/demo/index.htm> (Février 2013).