

# Analyse de la Variance pour Plans à Mesures Répétées

Pr Roch Giorgi

 [roch.giorgi@univ-amu.fr](mailto:roch.giorgi@univ-amu.fr)

# Introduction

---

- Analyse de la variance (ANOVA) classique repose sur
  - ✓ Normalité des distributions et homogénéité des variances
  - ✓ Indépendance des échantillons
- Lorsque l'on a des mesure à des temps différents de la même variable
  - ✓ Dépendance entre les observations
  - ✓ Besoin de prendre en compte la variabilité intra-sujets

⇒ ANOVA pour mesures répétées

# Analyse Variance pour Mesures Répétées

---

- Mesures répétées univariée : ANOVA
- Mesures répétées multivariées : MANOVA

# ANOVA pour Mesures Répétées (1)

---

- Mesure d'une même variable plusieurs fois au cours du temps
  - ✓ Evolution de cette variable au cours du temps ?
  - ✓ Evolution de cette variable dans diverses situations pour chaque sujet ?
  - ≈ Variable intra-sujets et variable inter-sujets
- Sources de variabilité totale
  - ✓ Facteur étudié
  - ✓ Inter-sujet
  - ✓ Résiduelle

# ANOVA pour Mesures Répétées (2)

- Modèle

$$Y_{i,j} = \mu + \pi_i + \tau_j + \varepsilon_{i,j}$$

$i = 1, \dots, N$  (individus)

$j = 1, \dots, n_i$  (observation-niveau des facteurs)

$\mu$  = effet général (moyen général)

$\pi_i$  = effet individus

$\tau_j$  = effet du temps

$\varepsilon_{i,j}$  = erreur résiduelle sujet  $i$  au temps  $j$

- Relation de l'ANOVA

$$SC_{Totale} = SC_{Facteur} + SC_{Temps} + SC_{Résiduelle}$$

# ANOVA pour Mesures Répétées (3)

---

- Hypothèses
  - ✓ Indépendance entre les sujets
  - ✓ Normalité de la distribution de la variable dépendante pour chaque niveau du facteur intra-sujets
  - ✓ Sphéricité
    - Égalité des variances des mesures entre les différents temps
    - Égalité des covariances des mesures entre les différents temps

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (1)

- Score de vocabulaire obtenus à partir d'une cohorte d'élèves suivis de la 8<sup>ème</sup> à la 11<sup>ème</sup> (Analysis of Vocabulary Data – Bock)
  - ✓ Les hypothèses sont supposées vérifiées
  - ✓ Format large

ID	vocab1	vocab2	vocab3	vocab4
1	1.75	2.60	3.76	3.68
2	0.90	2.47	2.44	3.43
3	0.80	0.93	0.40	2.27
4	2.42	4.15	4.56	4.21
5	-1.31	-1.31	-0.66	-2.22
6	-1.56	1.67	0.18	2.33
7	1.09	1.50	0.52	2.33
...	...	...	...	...

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (2)

## ✓ Format long

meth	item	repl	y	ID
vocab1	1	1	1.75	1
vocab1	2	1	0.90	2
vocab1	3	1	0.80	3
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
vocab4	62	1	4.98	62
vocab4	63	1	2.31	63
vocab4	64	1	2.64	64

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (3)

## ✓ Descriptif

vocab1

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
-2.1900	-0.0525	1.2300	1.1370	2.1820	8.2600

vocab2

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
-1.310	1.112	2.455	2.542	3.405	9.550

vocab3

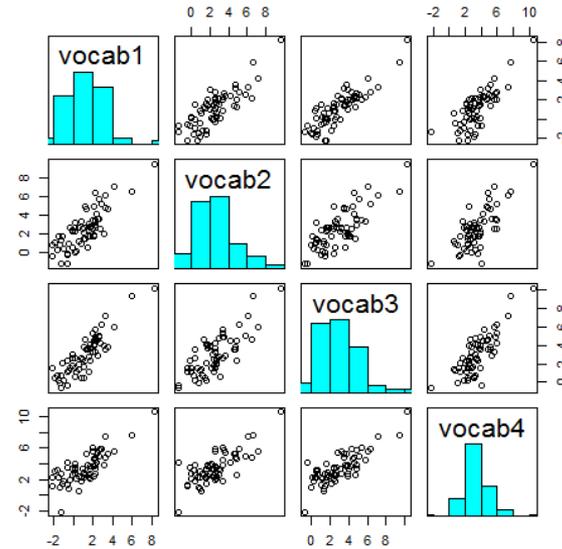
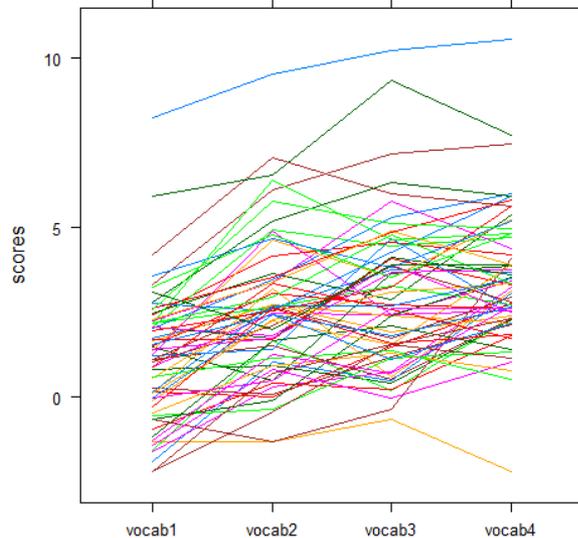
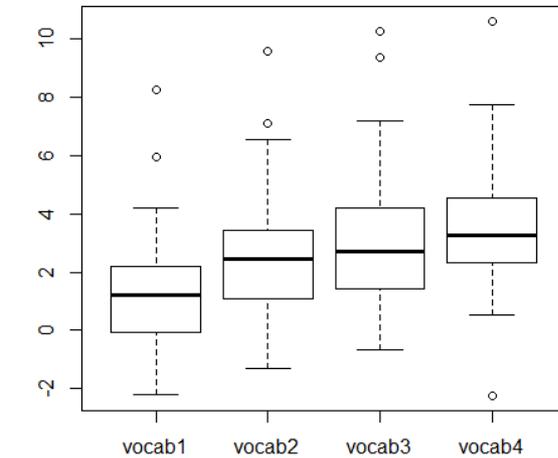
Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
-0.660	1.447	2.715	2.988	4.160	10.240

vocab4

Min.	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max.
-2.220	2.330	3.270	3.472	4.478	10.580

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (4)

## ✓ Descriptif



# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (5)

---

- ✓ Sources de variabilité
  - Années d'études (meth)
  - Elève (ID)
  
- ✓ Facteur d'intérêt
  - Années d'études (meth)
  
- ✓ Observé au sein de chaque élève
  - Emboité dans chaque élève

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (6)

✓ ANOVA 1 facteur (meth) sans mesure répétées

Variabilité		Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
facteur étudié	meth	3	194.3	64.78	15.87	<b>1.75e-09 ***</b>
	Residuals	252	1028.5	4.08		

---  
Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05  
'.' 0.1 ' ' 1

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (7)

- ✓ ANOVA répétées avec un effet individuel (effet fixe=method, effet aléatoire=ID)

```
Variabilité      Error: ID
individuelle
                Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Residuals      1  5.179    5.179
```

```
Error: ID:method
      Df Sum Sq Mean Sq
method 3  151.1    50.37
```

```
Variabilité      Error: Within
facteur étudié
                Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
method          3   46.7   15.562   3.784 0.0111 *
Residuals     248 1019.9    4.113
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05
                 '.' 0.1 ' ' 1
```

*Remarque : résultats obtenus avec la fonction aov. La fonction ezANOVA du package ez offre d'autres possibilités.*

# ANOVA pour Mesures Répétées - Exemple (8)

- ✓ Localisation des différences

Pairwise comparisons using paired t tests

```
data: y and meth
```

```
          vocab1  vocab2  vocab3
vocab2 2.0e-12 -          -
vocab3 < 2e-16 0.0130  -
vocab4 < 2e-16 4.9e-06 0.0072
```

```
P value adjustment method: holm
```

# MANOVA pour Mesures Répétées (1)

---

- Permet l'analyse simultanée de plusieurs vecteurs réponses mesurés à différents temps
  - ✓ Comparaisons de groupes sur plusieurs variables dépendantes liées entre elles
- Evite réalisation de plusieurs ANOVA
  - ✓ Augmentation de l'erreur de type I
  - ✓ Non prise en compte de la structure de corrélations entre les variables dépendantes
  - ✓ Peut passer à côté d'effets significatifs globaux

# MANOVA pour Mesures Répétées (2)

---

- Hypothèses
  - ✓ Indépendance entre les sujets
  - ✓ Normalité de la distribution des variables dépendantes dans chaque groupe aux différents temps
  - ✓ Linéarité entre les paires de variables dépendantes, les paires de covariables, et entre les paires de variables dépendantes-covariables dans toutes les cellules
  - ✓ Sphéricité
    - Égalité des variances des mesures entre les temps dans chaque groupe
    - Égalité des covariances des mesures entre les différents temps dans chaque groupe

# MANOVA pour Mesures Répétées (3)

---

- Exemple
  - ✓ 20 patients ; scores pour différentes composantes d'une échelle de mesure (physique, psychique, estime de soi,...)
  - ✓ Répétition : mêmes sujets
  - ✓ Test de l'hypothèse nulle : les scores des différentes composantes sont égaux

# ANOVA et MANOVA

---

- Avantages
  - ✓ Méthodes comprises et bien développées
  - ✓ Implémentées largement
  - ✓ Résultats obtenus sur calculs simples (non itératifs)
- Limites
  - ✓ Hypothèse de sphéricité
  - ✓ MANOVA autorise matrices de variance-covariance plus générales, mais pas les données manquantes
  - ✓ Temps traité de manière catégoriel
  - ✓ Prise en compte de covariables (continues) limité